

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ, РАСШИРЯЮЩЕГО ОБЛАСТЬ ПРИТЯЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА

Введение. В статье рассматривается крайне важная в прикладном отношении задача построения субоптимального управления, расширяющего область управляемости (притяжения) нелинейного объекта. Впервые эту задачу поставил Летов А.М.[1] и отнес ее к классу нерешенных задач теории автоматического управления.

К настоящему времени в литературе по управлению накопилось достаточное количество публикаций, посвященных прикладным техническим задачам, для которых характерно наличие области притяжения. Это задачи стабилизации режима работы синхронной машины при выпадении машины из синхронизма [2,3]; управления подвижными объектами (летательный аппарат и морские подвижные объекты) при больших отклонениях от положения равновесия [4, 5, 6]. Для рассматриваемого класса систем характерно прежде всего ограничение на управление и собственная неустойчивость управляемого объекта.

Рассмотрим задачу расширения области притяжения на конкретном примере, исследованном в [4].

Постановка задачи. Задана структурная схема (Рис.1) системы угловой стабилизации летательного аппарата (ЛА).

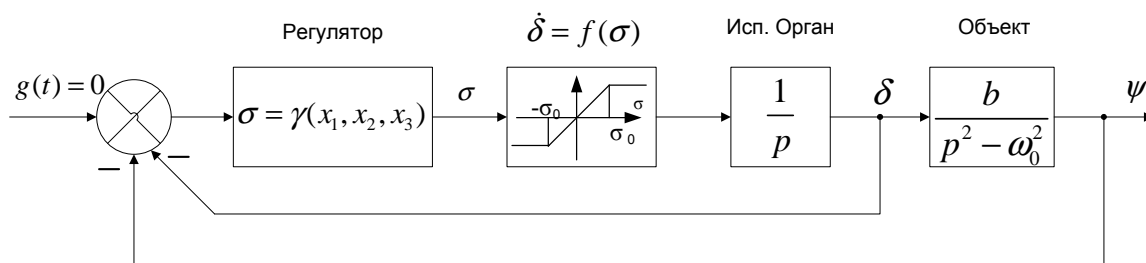


Рис.1

На Рис.1 обозначено: $\sigma(t)$ – управляющий сигнал (ток, напряжение), поступающий на вход исполнительного органа, $\delta(t)$ – координата характеризующая отклонение управляемого органа, который создает управляющий момент, $\psi(t)$ – координата, характеризующая угловые колебания управляемого объекта относительно центра масс, b и ω_0 – параметры объекта.

Математическая модель разомкнутого контура угловой стабилизации имеет следующий вид

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \omega_0^2 x_1 + b x_2$$

$$\dot{x}_3 = f(\sigma) = \text{sat} \sigma \quad |\dot{x}_3| < 1 \text{ рад / сек.}$$

Здесь x_1 – координата углового перемещения ЛА, соответствующая $\psi(t)$, x_2 – угловая скорость – $\dot{\psi}(t)$, x_3 – координата, характеризующая отклонения рулевого привода – $\delta(t)$.

Решим задачу синтеза субоптимального регулятора опираясь на естественную декомпозицию общей задачи: вначале синтезируется внутренний контур рулевого привода с учетом ограничения на управление, а затем внешний контур углового движения управляемого объекта, учитывая малую инерционность рулевого привода по отношению к контуру углового движения.

Решение задачи синтеза субоптимального регулятора. Уравнение динамики рулевого привода имеет вид:

$$\dot{x}_3 = \text{sat} \sigma = \dot{\delta}_m \text{th} \sigma_1, \text{ где } \dot{\delta}_m = 1 \text{ рад / сек, } \sigma_0 = 10 \text{ ма, } \sigma_1 = \sigma / \sigma_0.$$

Найдем субоптимальный алгоритм управления с учетом ограничения на управление.

Критерий оптимальности имеет следующий вид в соответствии с [7].

$$\min_{\sigma_1} J = \int_0^{\infty} [\alpha x_3^2 + \omega(\sigma_1)] dt, \text{ где } \omega(\sigma_1) = 2c(\sigma_1 \text{th} \sigma_1 - \ln \text{ch} \sigma_1).$$

Тогда функциональное уравнение Беллмана определяется соотношением:

$$\min_{\sigma_1} [\alpha x_3^2 + 2c(\sigma_1 \ln ch \sigma_1 - \ln ch \sigma_1) + \frac{\partial V}{\partial x_3} \delta_m \ln \sigma_1] = 0. \text{ Откуда } \sigma_1 = -\frac{\delta_m}{2c} \frac{\partial V}{\partial x_3}$$

После исключения σ_1 приходим к уравнению Гамильтона-Якоби-Беллмана (ГЯБ):

$$\alpha x_3^2 = 2c \ln ch \left(\frac{\delta_m}{2c} \frac{\partial V}{\partial x_3} \right).$$

Дальнейшая процедура решения уравнения в частных производных сводится к разложению правой части в цепную дробь. Разложение имеет следующий вид:

$$\ln ch x = \frac{0,5x^2 + 0,09x^4 + 0,006x^6}{1 + 0,35x^2 + 0,003x^4}.$$

Это подходящая дробь обеспечивает разложение с точностью для 1% на интервале $|x| \leq 4 \div 5$.

Уравнение ГЯБ для этого разложения имеет следующий вид (без учета членов шестой степени)

$$\left[1 + 0,35 \frac{\delta_m^2}{4c^2} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right)^2 \right] \alpha x_3^2 = \frac{\delta_m^2}{4c} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right)^2 + 0,18 \frac{\delta_m^4}{1\sigma c^3} \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right)^4.$$

Решение этого уравнения аппроксимируется степенным рядом:

$$V(x_3) = K_1 x_3^2 + K_2 x_3^4 + K_3 x_3^6 + \dots$$

Параметры K_1 и K_2 , определяются системой уравнений

$$\alpha c = \delta_m^2 K_1^2, \quad 0,35 \alpha \frac{\delta_m^2}{c^2} K_1^2 = \frac{4\delta_m^2}{c} K_1 K_2 + 0,18 \frac{\delta_m^4}{c^3} K_1^4.$$

В итоге решения получаем субоптимальный алгоритм управления в относительных единицах:

$$\sigma_1 = - \left(\sqrt{\frac{\alpha}{c}} x_3 + 0,19 \frac{\alpha}{c} \sqrt{\frac{\alpha}{c}} x_3^3 \right).$$

Выбор весовой константы c затруднен, поскольку подинтегральная функция $\omega(\sigma)$ минимизируемого функционала неквадратична. Поэтому выбор весовой константы c осуществим по линейному приближению уравнения ГЯБ. В итоге получаем обычные соотношения:

$$\alpha = 1 / x_{3m}^2, \quad c = 1 / \sigma_{1m}^2$$

В итоге получаем при $\sigma_1 = 2 \div 3$ $\sigma = -(100x_3 + 400x_3^3)$.

Полагая, что вредное влияние насыщения скоростной характеристики компенсировано в контуре рулевого привода, рассмотрим задачу аналитического конструирования регулятора для углового движения ЛА, рассматривая рулевой привод как безинерционное звено. Уравнение ГЯБ для системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = \omega_0^2 x_1 + b\delta$$

и минимизируемого неквадратичного функционала

$$\min_{\delta} J = \int_0^{\infty} [\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1^4 + \alpha_4 x_2^4 + c_2 \delta^2] dt$$

приобретает следующий вид

$$\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1^4 + \alpha_4 x_2^4 + \frac{\partial V}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \omega_0^2 x_1 = \frac{b^2}{4c_2} \left(\frac{\partial V}{\partial x_2} \right)^2.$$

Оптимальный закон управления определяется соотношением

$$\delta = -\frac{b}{2c_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} = -\frac{b^2}{2c_2} (k_{12} x_1 + k_{22} x_2).$$

Решение уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана ищется в виде последовательности степенных форм

$$V(x_1, x_2) = V^2(x) + V^4(x) + V^6(x) + \dots$$

Здесь $V^2(x)$ – квадратичная форма от переменных состояния, $V^4(x)$ – форма четвертой степени от x_1 и x_2 , и так далее.

Параметры квадратичной формы определяются системой уравнений Риккати. Параметры четвертичной формы определяются из линейной системы алгебраических уравнений. На первоначальном этапе используем

квадратичный функционал по переменным состояния x_1 и x_2 . Тогда решение задачи АКОР приводит к линейному закону управления.

$$\delta = -\frac{b}{c_2}(K_{12}x_1 + K_{22}x_2) = -(7x_1 + 5x_2).$$

Полагая рулевой привод, охваченный нелинейной обратной связью, безынерционным, получаем

$$\sigma = K\delta = -700x_1 + 500x_2.$$

В итоге управляющее воздействие определяется соотношением:

$$\sigma = -(K_1x_1 + K_2x_2 - K_3x_3 - K_4x_3^3).$$

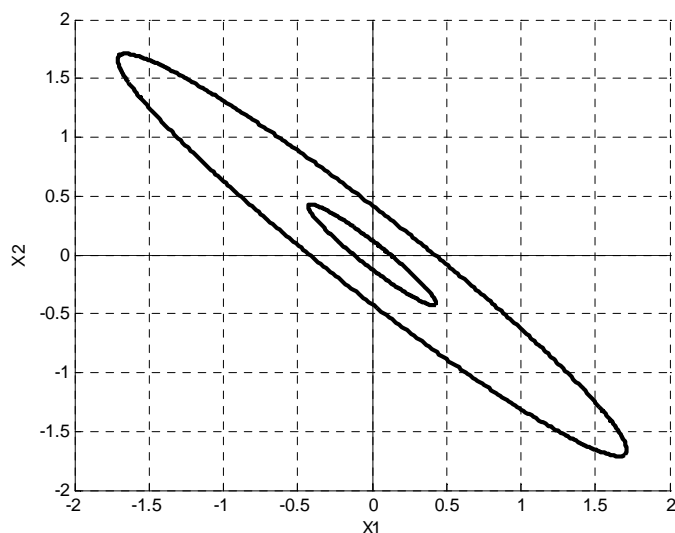


Рис. 2

Дальнейшие исследования сводятся к построению области притяжения с полученным алгоритмом управления. Аналитическое построение замкнутой области притяжения сложная и до сих пор нерешенная задача. Некоторые рекомендации на построении области притяжения содержатся в [6] при линейном законе управления. В данном случае использован метод моделирования, поскольку алгоритм управления нелинеен. Результаты моделирования приведены на Рис.2. Внутренний эллипс соответствует границе области притяжения при линейном алгоритме управления. Внешний – при нелинейном управлении.

Вывод. Анализ построенных областей притяжения говорит о том, что даже приближенный метод синтеза субоптимального нелинейного регулятора позволяет существенно расширить область притяжения по сравнению с линейным законом управления. В дальнейшем необходимо продолжить исследования по созданию субоптимального регулятора, исходя из оптимизации неквадратичного функционала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Летов А.М. Некоторые нерешенные задачи теории автоматического управления. Дифференциальные уравнения, №4, 1970г.
2. Петров Ю.П. Использование «принципа максимума» для нахождения оптимального закона управления синхронных машин. Электричество. №10, 1964.
3. Абдуллаев Н.Д., Петров Ю.П. Области устойчивости синхронной машины, изв. АН СССР. «Энергетика и транспорт». №6, 1980.
4. Фридлянд Б. Оптимальное управление аэродинамически неустойчивым ускорителем при наличии ограничения на положение и скорость исполнительного механизма. Ракетная техника и космонавтика. М.Мир. №7, 1965.
5. Кузин В.П., Лашев А.Я. Управление подвижным объектом при ограничении скорости привода. Тезисы докладов XI Всесоюзного совещания по проблемам управления. М. 1989.
6. Формальский А.Н. Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами. М. «Наука». 1974.
7. Кудин В.Ф. Выбор минимизируемого функционала в нелинейных задачах аналитического конструирования регуляторов. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, № 5, 1976.